

## Harmonie und Tetraktys

Von Hermann Koller, Zürich

Das Fehlen der Terz in der griechischen Theorie der symphonischen Intervalle wird allgemein als der bedeutendste Unterschied der altgriechischen zur abendländischen Musik betrachtet. Es hat daher nicht an Versuchen gefehlt, die Terz doch in den Resten griechischer Musiktheorie aufzuweisen<sup>1</sup>. Daß sie in der praktischen Musik auch vorkam, ist freilich erwiesen. So zeigt es sich, daß Archytas einmal das der großen Terz zugehörige Saitenzahlenverhältnis 5:4 errechnet (Ptol. Harm. I 13, 30 D). Aber auch für ihn läßt sich nicht nachweisen, daß er dieses Intervall als symphonisch betrachtet hätte. Aristoxenos sagt mehrmals ausdrücklich, daß es kein kleineres symphonisches Intervall gebe als die Quart, ja diese sei φύσει, von Natur aus, das kleinste. E. Frank<sup>2</sup> glaubt, Platon trage die Schuld an der grotesken Verzerrung der wirklichen Verhältnisse, weil er im Timaios rein konstruktiv eine Tonleiter geschaffen habe, die nie in der Musik anzutreffen gewesen sei. Die ganze nachfolgende Theorie habe sich von diesem spielerischen Machwerk blenden lassen, bis erst im späteren Mittelalter auch die Terz wieder als symphonisches Intervall in ihr Recht eingesetzt worden sei.

Diese geistesgeschichtliche Konstruktion ist recht fragwürdig. Selbst wenn man annähme, alle pythagoreisierenden Nachbeter Platons hätten sich an das Platonsche Dogma gehalten, wäre das Zeugnis des Empirikers und Verächters der Harmoniker, des Aristoxenos, nicht aus der Welt zu schaffen.

Als symphonische Intervalle werden in der griechischen Theorie nur die Quarte (Saitenzahlverhältnis 4:3), die Quinte (3:2), die aus ihnen zusammengesetzte Oktave (2:1) sowie in der Zeit nach Aristoxenos die Oktave plus Quarte, Oktave plus Quinte, und die Doppeloktave betrachtet. Aristoxenos, El. Harm. 56, Z. 1 ff. Da Rios: ἔστω δὴ τῶν συμφώνων ὀκτὼ μεγέθη· ἐλάχιστον μὲν τὸ διὰ τεσσάρων – συμβαίνει δὲ τοῦτο <αὐτῇ> τῇ τοῦ <μέλους> φύσει ἐλάχιστον εἶναι· σημεῖον δὲ τὸ μελωδεῖν μὲν ἡμᾶς πολλὰ τοῦ διὰ τεσσάρων ἐλάττω, πάντα μέντοι διάφωνα – δεύτερον δὲ τὸ διὰ πέντε ... τρίτον <δ'> ἐκ τῶν εἰρημένων συμφώνων σύνθετον τὸ διὰ πασῶν ... ταῦτα μὲν οὖν λέγομεν ἃ παρὰ τῶν ἔμπροσθεν παρελήφαμεν ...

<sup>1</sup> E. Frank, *Plato und die sogenannten Pythagoreer* (Halle 1923); A. Ahlvers, *Zahl und Klang bei Platon*. Noctes Romanae Bd. 6 (Bern 1952); B. van der Waerden, *Harmonielehre der Pythagoreer*, Hermes 78 (1943) und *Erwachende Wissenschaft* (Basel 1956) bes. 256 ff. Gegen alle diese Versuche ist einzuwenden, daß sie ausdrücklichen Zeugnissen musiktheoretischer Literatur widersprechen. Es ist verhältnismäßig leicht, aus den oft sehr vagen Angaben bei Platon die gewünschten Zahlenverhältnisse zu erhalten.

<sup>2</sup> op. cit. 13 ff. Bezeichnend vor allem 19: «Und so ist Jahrtausende hindurch die musikalische Entwicklung in nicht geringem Maße durch eine Laune Platons, durch ein rein spekulatives Hirngespinnst bestimmt worden.»

Um diese einfachen Zahlenverhältnisse 2:1, 3:2, 4:3 herum hat sich frühzeitig eine exuberante Spekulation entwickelt, die nachher noch in ihren ersten Phasen zu betrachten ist. Es dürfte aber klar sein, daß sich diese Spekulation auch des Zahlenverhältnisses der Terz (5:4) bemächtigt hätte, wenn sie als symphon betrachtet worden wäre. Mit der aristoxenischen Systematik stimmt auch der Harmoniker Klaudios Ptolemaios (11, 1 f.) völlig überein: ... *συμφωνίας δὲ ἡ αἰσθησις καταλαμβάνει τὴν τε διὰ τεσσάρων προσαγορευομένην καὶ τὴν διὰ πέντε, ὧν ἡ ὑπεροχὴ καλεῖται τόνος, καὶ τὴν διὰ πασῶν καὶ ἔτι τὴν τε διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων καὶ τὴν διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε καὶ τὴν δις διὰ πασῶν.*

Die genannten Intervalle sind also für den empirischen Musiker wie für den theoretischen Harmoniker eine Gegebenheit, mit der sie rechnen. Unterschiede ergeben sich erst bei der von diesem Rahmen ausgehenden Dihärese der kleineren Intervalle, die von den Empirikern nach dem Ohr, von den Harmonikern a priori nach Zahlenverhältnissen festgelegt werden. Die äußern Töne des Tetrachordes, der Quarte, bleiben stehen. Sie sind die Fixpunkte, die beiden mittleren aber kommen je nach Tongeschlecht (enharmonisch, chromatisch, diatonisch) an eine andere Stelle zu stehen. Aristoxenos 57, 13ff. D. R.: *αἱ δὲ τῶν γενῶν διαφοραὶ λαμβάνονται ἐν τετραχόρδῳ τοιούτῳ ὅλον ἐστὶ τὸ ἀπὸ μέσης ἐφ' ὑπατῶν, τῶν μὲν ἄκρων μενόντων, τῶν δὲ μέσων κινουμένων ὅτε μὲν ἀμφοτέρων ὅτε δὲ θατέρου.* Porphyrios, in Kl. Ptol. H. 151, 16 D: *οἱ μὲν ἄκροι (sc. des Tetrachordes) ἐστῶτές εἰσι· λόγον γὰρ αἰεὶ ποτ' ἐπίτριτον ἔχουσι· οἱ δὲ μέσοι κατὰ τὰ γένη τῆς ἁρμονίας κινοῦνται,* vgl. auch 135, 26.

Die Rahmentöne des Tetrachordes bleiben also konstant eine Quarte. Die Harmonien unterscheiden sich einzig in der verschiedenen Dihärese dieses kleinsten symphonischen Intervalles. Darunter können natürlich auch Terzen vorkommen, aber sie gehören nicht zum Rahmen der Tonfolge, mit andern Worten: als symphon werden nur Töne betrachtet, die den festen Tetrachordrahmen bilden.

Zwei solche Tetrachorde nun, die verbunden sind durch den diazeuktischen Ganzton, erzeugen die Oktave. Dieser Ganzton wird eindeutig als Resultat der Oktaventeilung aufgefaßt, als Unterschied von Quinte und Quarte in der Oktave. Dies ist offenbar das Feld, innerhalb dessen sich alle Varianten ergeben. Es ist abgesteckt durch die stehenden Außentöne der beiden Tetrachorde der Oktave, oder es besteht, in Intervallen ausgedrückt, aus der Quarte, Quinte, Oktave und dem zwischen den Tetrachorden liegenden Ganzton. Diese symphonischen Töne sind ethisch neutral: (Aristoteles) Probl. XIX 919, 29ff. *ἡ συμφωνία οὐκ ἔχει ἦθος,* die beweglichen Töne innerhalb dieses Rahmens verleihen der jeweiligen Tonleiter ihren Charakter. Die griechische Konsonanz resultiert also aus der Teilung der Oktave (= *ἁρμονία*). Sie hebt den allen möglichen Harmonievarianten gemeinsamen Klangrahmen heraus. Mit der Aufgabe dieser variablen Harmonien in der späteren Musik wurde zwangsläufig der Sinn der Konsonanz verändert<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> J. Handschin, *Der Toncharakter* (Zürich 1948) 69 (zit. nach Ahlvers 50 A 3) sieht ebenfalls, «daß mit 'Harmonie' im technischen Sinn die in Bezug auf ihren Bau analysierte Oktave bezeichnet wurde».

Vor Aristoxenos wurden in der Musiktheorie überhaupt nur die Oktave und die sie bildende Quarte und Quinte berücksichtigt. Das bezeugt auch Theophrast (bei Porphyrios in Ptol. Harm. 96, 21f.) *οἱ μὲν Πυθαγόρειοι τὴν μὲν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν συλλαβὴν ἐκάλον, τὴν δὲ διὰ πέντε δι' ὀξειῶν, τὴν δὲ διὰ πασῶν τῶ συστήματι, ὡς καὶ Θεόφραστος ἔφη, ἔθεντο ἁρμονίαν*. Hieraus entnehmen wir auch die älteren Namen der Grundintervalle. Ausdrücklich sagt Theophrast, daß die Oktave *τῶ συστήματι* durch die «Zusammenstellung, Zusammenfügung» der beiden Grundintervalle Quarte und Quinte *ἁρμονία* genannt worden sei. Um wirklich zu verstehen, was im Griechischen eine *ἁρμονία* ist, müssen wir diesen Hinweis ernst nehmen.

### *Harmonie*

In der Tat gibt es eine Reihe Belege dafür, daß die Oktave *ἁρμονία* «Zusammenfügung» genannt worden war, daß sie als aus zwei aneinandergefügten Tetrachorden bestehend aufgefaßt wurde. *Ἄρμονία* kann überhaupt nur in dieser Funktion musikalischer Terminus geworden sein<sup>4</sup>. Philolaos frg. 6, Z. 10 *ἁρμονίας δὲ μέγεθος ἐστὶ συλλαβὰ καὶ δι' ὀξειῶν κτλ.*, s. S. 242. Platon Staat 443 D zählt als *ὄρους τρεῖς συμφωνίας* die Saiten *νεάτη, ὑπάτη* und *μέση* auf, welche die Oktave, Quarte und Quinte umfassen (*Ἄρμονία* = Oktave auch im Staat 617 b). Aristoteles bei (Plut.) *Περὶ μουσικῆς* 1139a: «Die Oktave (*ἁρμονία*) ist himmlisch, von Natur göttlich, schön und dämonisch. Sie ist potentiell vierteilig und enthält zwei Mittlere, das arithmetische Mittel und das harmonische usw. Denn in zwei Tetrachorden (*ἐν γὰρ δυοῖ τετραχόρδοις*) werden die Gesänge gegliedert.»

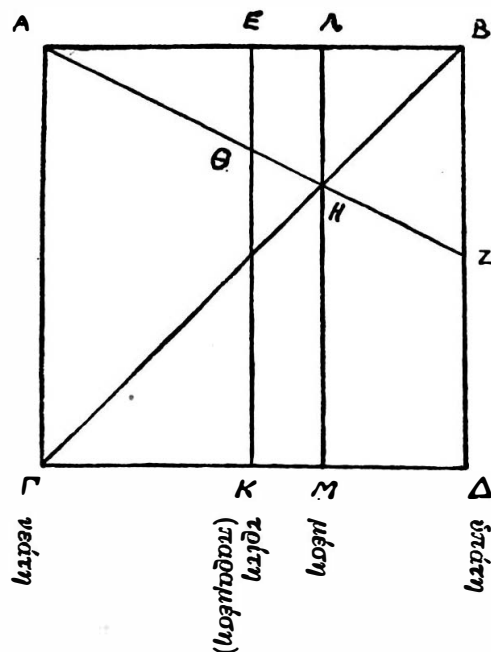
Übereinstimmend mit einer ganzen Reihe von Zeugnissen werden bei (Plut.) *Περὶ μουσ.* 1138b–1140a diese Intervalle nun mit den festen Zahlen 12, 9, 8, 6 ausgedrückt: *εἰκόνοσ χάριν* «des Bildes wegen», sollen 6 und 12 Einheiten gewählt werden für die längste und die kürzeste Saite, für die *ὑπάτη μέσων* und die *νήτη διεξενγμένων*. Die *μεταξὺ πίπτοντες*, deren Verhältnisse *ἐπίτριτος* und *ἡμιόλιος* sind, bekommen demnach die Zahlen 9 und 8. 1139a «Da nun diese Zahlen zwischen 6 und 12 liegen, *καὶ τοῦ διὰ πασῶν διαστήματος ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ τοῦ διὰ πέντε συνεστῶτος*, und da die Oktave aus der Quarte und Quinte besteht, so ergibt sich klar, daß der *μέση* die Zahl 8 und der *παραμέση* die Zahl 9 zukommt.»

Warum wählt man übereinstimmend ausgerechnet diese Zahlen? Hätte es sich nur um die Verhältnisse der einzelnen Intervalle gehandelt, hätten ja die Einheiten

---

<sup>4</sup> E. Frank, op. cit. 273f. geht merkwürdig rasch darüber hinweg, daß sich bei Philolaos die echte alte Terminologie für *ἁρμονία* = Oktave erhalten hat. Er glaubt, der Ausdruck stamme aus Platon und setze die «Harmonie der Welt», einen «typisch platonischen Gedanken» voraus. Nun läßt sich aber zeigen, daß die «Harmonie der Welt» nur von der Harmonie als Oktave aus zu verstehen ist, daß also sowohl der Autor des Philolaosfragmentes wie auch Platon auf dieselbe Quelle zurückgehen müssen. Über die Echtheit eines *σύγγραμμα* des Philolaos ist damit freilich noch nichts ausgesagt, wohl aber über das hohe Alter von darin vorkommenden Vorstellungen.

1 bis 4 vollkommen genügt, denn die Oktave ist 2:1, die Quinte 3:2, die Quarte 4:3. Sobald aber die Teilung der Oktave in zwei Tetrachorde oder, griechischer gedacht, die Zusammenfügung, *ἀρμονία*, zweier Tetrachorde mittels des diazeuk-tischen Ganztones zur Oktave betrachtet wird, bleibt keine andere Möglichkeit. Überall da also, wo wir die Errechnung der Intervalle auf Grund dieser Zahlen zwischen 12 und 6 antreffen, handelt es sich um die Bestimmung der ursprünglichen *ἀρμονία* der Oktave. Bei Klaudios Ptol. (46 D) wird nun ein Instrument beschrieben, das meines Wissens noch nie zur Interpretation aller in Frage stehenden Stellen verwendet worden ist, der Helikon. Es sei ein Instrument *πεποιημένον τοῖς ἀπὸ τῶν μαθημάτων εἰς τὴν ἔνδειξιν τῶν ἐν ταῖς συμφωνίαις λόγων οὕτωςί πως*: «Sie zeichneten ein Quadrat *ΑΒΓΔ* und halbierten die Seite *ΑΒ* und *ΒΔ* in den Punkten *Ε* und *Ζ* und verbanden die eine Ecke *Α* mit dem Mittelpunkt der Seite *ΒΔ* mit *Ζ*. Durch *Ε* zogen sie eine Parallele zu *ΑΓ/ΒΔ*. Von *Γ* aus zogen sie die Diagonale zu *Β*. Im Schnittpunkt der Diagonale und der Mittellinie *Η* zogen sie eine Parallele zu *ΒΔ*. Wenn nun vier gleichlange gleichgespannte Saiten von *Α* nach *Γ*, *Ε* nach *Κ*, *Α* nach *Μ* und *Β* nach *Δ* gespannt werden und ein *ὑπαγωγέως*, ein Steg, der Mittellinie *ΑΖ* entlang geschoben wird, so werden die Saiten, bei *ΑΓ* = 12 Einheiten auf 9, 8 und 6 Einheiten verkürzt, so daß sich alle Konsonanzen und der Ganzton ergeben» usw.



Daß auch (Plutarch) und Aristoteles diesen Helikon bei ihrer Ableitung im Auge gehabt haben, ergibt sich aus dem entsprechenden Kapitel des Chalcidius in *Timaeum Platonis*, p. 190 Mullach, das, wie Lasserre<sup>5</sup> richtig sieht, auf eine gemeinsame Quelle für den aristotelischen Eudemos und (Plutarch) *Περὶ μουσικῆς*

<sup>5</sup> F. Lasserre, *Plutarque, De la musique* (Olten/Lausanne 1955) 167.

zurückgeht: *ut harmonici modulantes organa, inter duos extimanum fidium limites gravissimae ὑπάτης et acutissimae νήτης alias internectunt medias ...* Es folgen cap. XLI dieselben Verhältnisse mit den Einheiten 12 bis 6. Auch hier wird der Ganzton als Differenz von Quinte und Quarte errechnet: *rursumque duarum medietatum intervallum epogdoun est*. Im Prinzip die gleiche Aufstellung findet sich bei Aristides Quintilianus, p. 118.

Mit Hilfe dieses musiktheoretisch-geometrischen Modells des Helikons wird eine der schwierigsten Stellen der Epinomis schlagartig erhellt: 991 a ff. Der Arithmetik wird das Verhältnis 1:2 zugeschrieben, der Geometrie das «Doppelte»<sup>6</sup> davon, 1:4, der zum «festen und tastbaren» Körper führenden Wissenschaft wiederum das Doppelte, 1:8. Nun fährt der Text weiter *ἡ δὲ διπλάσιον μὲν εἰς μέσον*, wo *διπλάσιον* in typisch pythagoreischer Weise «Oktave» bedeutet, weil ihr Verhältnis 2:1 ist. «Die Analogie der Oktave, des *διπλάσιον*, wendet sich *εἰς μέσον*, ἴσως δὲ τοῦ ἐλάσσονος πλέον ἔλαττόν τε τοῦ μείζονος, τὸ δὲ ἕτερον τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχον τε καὶ ὑπερεχόμενον – ἐν μέσῳ δὲ τοῦ ἕξ πρὸς τὰ δώδεκα συνέβη τό τε ἡμιόλιον καὶ ἐπίτριτον, in die Mitte, um gleichviel größer als das Kleinere wie kleiner als das Größere, das andere aber um den gleichen Teil seiner äußeren Grenzen größer und kleiner – zwischen 6 und 12 aber steht das *ἡμιόλιον* und das *ἐπίτριτον*». Das erste Mittel ist das arithmetische, die Saitenzahl 9, die um 3 kleiner als 12 und um 3 größer als 6 ist, das zweite ist das harmonische, das um ein Drittel von 12 (= 4) kleiner ist als 12 und um ein Drittel von 6 (= 2) größer ist als 6, also 8; 9:6 aber ist das *ἡμιόλιον* 3:2, 8:6 ist das *ἐπίτριτον* 4:3. Nun fährt der Text weiter: *τούτων αὐτῶν ἐν τῷ μέσῳ ἐπ' ἀμφοτέρα στρεφομένη τοῖς ἀνθρώποις σύμφωνον χρεῖαν τε καὶ ἁρμονίας χάριν εὐδαίμονι χορεία Μουσῶν δεδομένη* «die Analogie aber in ihrer Mitte, die sich nach beiden Seiten wendet, gibt den Menschen den Nutzen der Konsonanz und dem seligen Tanz der Musen die Gunst der 'Oktave'»<sup>7</sup>. Wir müssen hier dasselbe Modell des Helikons voraussetzen. Der rätselhafte Ausdruck *τούτων αὐτῶν ἐν τῷ μέσῳ ἐπ' ἀμφοτέρα στρεφομένη* findet seine Erklärung im Philolaosfragment 6: *ἁρμονίας δὲ μέγεθος ἐστὶ συλλαβὰ καὶ δι' ὄξειᾶν* «der Umfang der Oktave (der 'Fügung') ist eine Quarte und eine Quinte». *τὸ δὲ δι' ὄξειᾶν μείζον τᾶς συλλαβᾶς ἐπογδόω* «Die Quinte ist um das *ἐπόγδοον* größer als die Quarte». *ἔστι γὰρ ἀπὸ ὑπάτας ἐπὶ*

<sup>6</sup> Über die Bedeutung von *διπλάσιον* vgl. van der Waerden, *Erw. Wissenschaft* 258. Die mathematische Bezeichnung «harmonisches Mittel» ist nur vom Ansatz *ἁρμονία* = Oktave aus zu verstehen. Sie gilt ursprünglich für die Beziehungen der drei Zahlen des Helikons 12, 8, 6, mit andern Worten: nur die Zahl 8 ist harmonisches Mittel, weil sie die Saitenzahl der *μέση* ist, welche die Oktave = *ἁρμονία* in die Intervalle Quarte und Quinte teilt. Die pythagoreische Gleichsetzung des Würfels mit der *ἁρμονία* der Oktave, welche die Epinomistelle voraussetzt, ist nur von diesen Zahlenverhältnissen der Oktaventeilung aus verständlich. Die Eckenzahl (8) ist das harmonische Mittel der Kanten (12) und der Flächen (6). Allgemein mathematisch formuliert hieß das «harmonische» Mittel *ὑπεναντία*.

<sup>7</sup> Anders B. von der Waerden, op. cit. 259: «Wenn man, ausgehend von dem Verhältnis 3:2, noch einmal ein arithmetisches oder harmonisches Mittel bildet, so erhält man die Verhältnisse 5:4 und 6:5. Oder in der Sprache der Musiklehre: Die Quinte wird in große und kleine Terz geteilt.»

μέσσαν συλλαβά, ἀπὸ δὲ μέσσας ἐπὶ νεάταν δι' ὄξειᾶν, ἀπὸ δὲ νεάτας ἐς τρίταν συλλαβά, ἀπὸ δὲ τρίτας ἐς ὑπάταν δι' ὄξειᾶν · τὸ δ' ἐν μέσῳ μέσσας καὶ τρίτας ἐπόγδοον.

Setzen wir zu den Saiten des Helikons (s. o. S. 241) die Bezeichnungen des Philolaos ein, so ergibt sich, daß zuerst die Verhältnisse am Helikon von rechts nach links für die μέση angegeben werden, dann von links nach rechts für die τρίτη, was genau dem Ausdruck in der Epinomis entspricht: ἐπ' ἀμφοτέρα στροφόμενη, wodurch sich das Intervall zwischen τρίτη und μέση (τούτων αὐτῶν ἐν τῷ μέσῳ) als ὑπεροχή, als Differenz der Quinte und Quarte ergibt. Als Diazeugma verbindet dieser Ganzton die beiden Tetrachorde zur 'ἁρμονία' der Oktave.

Nun kann natürlich diese ἁρμονία, diese Oktave, von jedem Ton aus angesetzt werden, wobei aber die beweglichen Intervalle je nach τόπος<sup>8</sup> andere Werte bekommen. «Oktaven», die in die beiden Tetrachorde gegliedert sind, bleiben sie trotzdem. Sie werden bekanntlich nach einzelnen Stämmen genannt, z. B. Pratinas 5 Αἰολίς ἁρμονία, Pind. Nem., IV 45 Λυδία σὺν ἁρμονία, Platon Staat 398 e μειξολυδιστί, συντονολυδιστί, ἰαστί, λυδιστί, δωριστί, φρυγιστί. Diese Bezeichnungen setzen ἁρμονία als «Oktave» schon voraus. Allen Oktavengattungen gemeinsam ist das Grundschema der festen Töne der beiden durch den ἐπόγδοος verbundenen Tetrachorde, dieser Rahmen ist also auch die Quelle aller ἁρμονίαι. Eines der beiden Damonizitate bei Platon findet nun auch seine sichere Deutung und kann uns helfen, die Theorie chronologisch zu fixieren. Staat 400 a ὅτι μὲν γὰρ τρί' ἄττα ἐστὶν εἶδη ἐξ ὧν αἱ βάσεις πλέκονται, ὥσπερ ἐν τοῖς φθόγγοις τέτταρα, ὅθεν αἱ πᾶσαι ἁρμονίαι ... Es ist nach Platon Philebos 17 d<sup>9</sup>, Porphyrios in Ptol. Harm. 37, 25, Gellius 16, 17, Plutarch Quaest. conv. 657 b bezeichnend für die Harmoniker, daß sie die Verhältnisse der symphonischen Intervalle auch bei den rhythmischen Elementen wiederfinden, wofür hier nur Porphyrios zitiert sei (in Ptol. Harm. 37, 25): καὶ πάλιν δόξουσι δὲ καὶ οἱ κανονικοὶ συνεπιμαρτυρεῖν τὸ αὐτὸ τοῦτο, λέγω δὲ τὰς συμφωνίας καὶ τοὺς ποδικοὺς λόγους ἔχειν τὸ συγγενὲς καὶ οἰκείον. τὰς τε γὰρ συμφωνίας ὑπὸ τῶν λόγων τούτων γίνεσθαι νομίζουσι, τὴν μὲν διὰ τεσσάρων ὑπὸ τοῦ ἐπιτρίτου, τὴν δὲ διὰ πέντε ὑπὸ τοῦ ἡμιολίου, <τὴν δὲ διὰ πασῶν ὑπὸ τοῦ διπλασίου>, τὴν δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ὑπὸ τοῦ τριπλασίου. Das zuletzt genannte Intervall kommt freilich für Damon nach Aristoxenos (s. o. S. 238) noch nicht in Betracht; die τρί' ἄττα εἶδη der βάσεις sind demnach der Epitrit, das Hemiolion und das Diplasion, τὰ ἐν τοῖς φθόγγοις τέτταρα ὅθεν αἱ πᾶσαι ἁρμονίαι aber sind die drei symphonischen Zahlenverhältnisse und der diazeuktische Epogdoos, die Quelle aller «Oktavenarten».

<sup>8</sup> J. Lohmann, *Der Ursprung der Musik*, Archiv für Musikwissenschaft 16 (1959 H. 1/2) 148ff. über τόπος im Anschluß an O. J. Gombosi, *Tonarten und Stimmungen der antiken Musik* (1939).

<sup>9</sup> Es muß festgehalten werden, daß Platon im *Philebos* 17 c/d ausdrücklich frühere Lehre vorträgt: οἱ πρόσθεν παρέδοσαν ἡμῖν τοῖς ἐπομένοις ἐκείνοις καλεῖν αὐτὰ ἁρμονίας und so schon 16 c. Der Unterschied zwischen Harmonikern und Musikern ist bereits vorplatonisch (vgl. Verf., *Glotta* 38, H. 1/2 *Das Modell der griechischen Logik*). Die bisherigen Interpretationen von Platon Staat 400 a sind bequem bei Ahlvers, op. cit. 30f. zusammengestellt.

*Tetraktys**Harmonie der Seele*

Schon sehr früh muß auch die Seele als eine Harmonie betrachtet worden sein. Spuren dieser Auffassung finden sich schon bei Heraklit B 67 a, wonach die Seele mit dem Körper *firme et proportionaliter iuncta est*. Aus den erhaltenen Fragmenten Heraklits läßt sich allerdings nicht ersehen, wie weit wirklich die Harmonie als Oktave dahinter steht. Deutlicher wird es bei Empedokles, von dem Aristoteles in *De anima* I 4, 408 a 13 sagt, er lehre τὸν λόγον τῆς μίξεως εἶναι τὴν ψυχὴν, das Mischungsverhältnis (sc. der Elemente im Körper) sei die Seele, oder ὁ δὲ τῆς μίξεως λόγος ἁρμονία καὶ ψυχή. Ist ἁρμονία hier nun auch als «gegliederte Oktave» zu verstehen? Die Interpretation von (Hippokrates) *Περὶ διαίτης* I 7 ff.<sup>10</sup>, welche dieselben medizinischen Vorstellungen enthält, kann darüber keinen Zweifel lassen. Danach sucht die Seele immer das Gleichgewicht der Elemente im wachsenden Körper herzustellen. Wenn der gewachsene Körper keinen Raum mehr findet, ändert er seinen Platz, χώρην δὲ ἀμείψαντα καὶ τυχόντα ἁρμονίης ὀρθῆς, ἐχούσης συμφωνίας τρεῖς, συλλαβήν, δι' ὀξέων, διὰ πασέων ζῶει καὶ αὔξεται τοῖσιν αὐτοῖσιν οἷσιπερ καὶ πρόσθεν. ἦν δὲ μὴ τύχη τῆς ἁρμονίης μηδὲ σύμφωνα τὰ βαρέα τοῖσιν ὀξέσι γένηται ἐν τῇ πρώτῃ συμφωνίῃ ἢ τῇ δευτέρῃ ἢ τῇ διὰ παντός, ἐνὸς ἀπογενομένου πᾶς ὁ τόνος μάταιος. οὐ γὰρ ἂν προσαιέσαι. Wie schon Wehrli zu *Dikaiarch* frg. 11 gezeigt hat, geht diese Auffassung der Seele als Harmonie der den Körper bildenden Elemente auf die pythagoreisierenden Ärzte zurück. Die aus *Περὶ διαίτης* ausgeschriebene Stelle, die terminologisch völlig mit Philolaos übereinstimmt, beweist, daß mit der Harmonie der Seele nicht irgendeine unverbindliche «passende Mischung» der Elemente gemeint ist, sondern die Verhältnisse der musikalischen Harmonie, der «Oktave». Wenn wir bedenken, daß nach Aristoteles Empedokles der erste ist, der von den vier *στοιχεῖα* gesprochen hat als ἐν ὅλης εἶδει, so dürfen wir daraus nehmen, daß vorher die *στοιχεῖα* immateriell gewesen sind, also wohl diese Verhältnisse selbst, wie denn auch Aristoteles über Platons «Seelenmischung» im *Timaios* von den vier *στοιχεῖα* spricht und damit eindeutig die «Verhältniszahlen der symphonischen Intervalle der 'Oktave'» (und nur dieser!) meint (vgl. auch [Plut.] *Περὶ μουσικῆς* und Verf., *Stoicheion*, Glotta 34, 161–174), *De anima* I 404 b 16 τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ Πλάτων ἐν τῷ *Τιμαίῳ* τὴν ψυχὴν ἐκ τῶν στοιχείων ποιεῖ. Aristoteles begründet dies mit dem Zusatz: γινώσκουσαι γὰρ τῷ ὁμοίῳ τὸ ὅμοιον. Dieser pythagoreische Grundsatz erklärt, wie man sich das Verhältnis der «Oktave» zur Seele dachte: Weil die Seele die Symphonie der Oktave, der «Harmonie», unmittelbar wahrnimmt, ist sie selber eine ἁρμονία<sup>11</sup>. Die pythagoreisierenden Ärzte aber haben daraus das Mischungsverhält-

<sup>10</sup> Diese Kompilation älterer Lehren wird als Ganzes von W. Jäger (vgl. auch F. Heintzmann, *Nomos u. Physis* 153) in die Mitte des 4. Jahrhunderts datiert.

<sup>11</sup> Aristides Quintilianus 103 trägt als Lehre der *παλαιοί* vor: ὡς ἁρμονία τις ἢ ψυχὴ, καὶ ἁρμονία δι' ἀριθμῶν «und zwar eine Harmonie in Zahlen» καὶ μὲν τοὶ καὶ ἡ κατὰ μουσικὴν ἁρμονία διὰ τῶν αὐτῶν ἀναλογιῶν συνεστῶσα. κινουμένων δὲ τῶν ὁμοίων καὶ τὰ ὁμοιοπαθῆ συγκινεῖται. Vgl. Verf., *Mimesis in der Antike* 90 und passim über diesen Motivzusammenhang.

nis der vier Elemente Feuer, Wasser, Luft, Erde gemacht. Beide Auffassungen bleiben nebeneinander weiter bestehen, wie Platon im Phaidon und in der oben angeführten Stelle aus dem Staat beweist, wo nur die musikalische Harmonie der Oktave gemeint ist. Die «Harmonie der Seele» setzt also die *ἀρμονία* als Oktave voraus.

### *Harmonie des Kosmos*

Die platonische und nachplatonische Sphärenharmonie ist bereits ein sehr entwickeltes und kompliziertes Gebilde. Mit Recht ist schon gesagt worden, es sei undenkbar, daß die acht Töne der Tonleiter, wie sie bei Platon mit den Planetenbahnen verbunden sind, einen Zusammenklang bilden sollten<sup>12</sup>. Tatsächlich ist die ursprüngliche Harmonie des Kosmos viel einfacher. Wiederum sind in ihr nur die drei Hauptintervalle Quart, Quinte, Oktave anzutreffen. Die Verhältniszahlen dieser symphonischen Intervalle halten die drei Bereiche des Kosmos, Erde, Mond und Olympos, zusammen, wie schon in der Schrift *Περὶ ἑβδομάδων* cap. 2 zu sehen ist: ἡ μὲν γῆ οὖσα μέση καὶ ὁ Ὀλυμπος κόσμος ὑπατος ὧν αἰεὶ ἀκίνητά ἐστιν. ἡ δὲ σελήνη μέση οὖσα συναρμόζει αὐτάς<sup>13</sup>. Der Mond ist die *μέση* zwischen der *νεάτη* der Erde und der *ὑπάτη* des Olympos. Noch in späterer, bereits wissenschaftlicher Astronomie wirkt diese pythagoreische Auffassung nach, bei Eudoxos, *Ars astronomica*, ed. Fr. Blass (Kiel 1887) S. 24 *μείζων ἄρα ἔσθ' ὁ ἥλιος τῆς σελήνης, ἡ σελήνη δὲ τῆς γῆς, ὅσω ἡ διὰ πέντε τῆς διὰ τεσσάρων συμφων[ί]ας*.

Größe und Abstand dieser Gestirne, und nur dieser sind Funktionen der Intervallzahlen, die ihnen zugeschrieben sind. Freilich wirkt diese Lehre im Werk des Eudoxos wie ein erratischer Block. Sie wäre nach Blass eher eines stoischen Philosophen als eines ernsthaften Wissenschaftlers würdig.

Diese früheste Form der Kosmosharmonie, nicht die weiterentwickelte Platons, kritisiert Philodem in *Περὶ μουσικῆς* K 100, 9ff.

καὶ γὰρ δι-  
 δόσ[θω] τὸ τ[ῆ]ν ἡλίον καὶ σελήνης κίν[η]σι[ν]  
 καὶ διάστασιν ἀνα[λο]γεῖ[ν] [τῆ] τῶν φθόγγων  
 καὶ τὸν [ξ]ωδιακὸν τῆ τοῦ κανόνος καταδιαίρει ...

<sup>12</sup> Martin, *Etudes sur le Timée* II 37.

<sup>13</sup> Das Zeugnis von *Περὶ ἑβδομάδων* ist um so kostbarer, weil keine Spur der späteren Sphärenharmonie darin festzustellen ist. Der Autor hätte sich die Siebenzahl der Planeten und Tonsaiten nicht entgehen lassen, wenn diese Art Sphärenharmonie zu seiner Zeit schon möglich gewesen wäre. W. Kranz, *Kosmos und Mensch in der Vorstellung des frühen Griechentums* (Göttingen 1938) 144 A 2 meint, man dürfe im Zitat aus *Περὶ ἑβδομάδων* nicht ein musikalisches Verhältnis sehen, «höchstens eine Vorstufe dazu». Hier wie bei Frank herrscht die Meinung, es habe vorerst eine «Harmonie» ganz allgemeiner Art gegeben, die später dann zur *ἀρμονία* der Oktave geworden sei. Diese Vorstellung ist bedeutungsgeschichtlich undenkbar. In *Πρὸς τοὺς ἀριθμητικούς* 3–10 kritisiert Sextus Empiricus die frühe Kosmosharmonie der Pythagoreer (6) *ὡς γὰρ τὸν ὅλον κόσμον κατὰ ἀρμονίαν λέγουσι διοικεῖσθαι, οὕτω καὶ τὸ ζῶον ψυχοῦσθαι. δοκεῖ δὲ ἡ τέλειος ἀρμονία ἐν τρισὶ συμφωνίαις λαμβάνειν τὴν ὑπόστασιν τῆ τε διὰ τεττάρων καὶ τῆ διὰ πέντε καὶ τῆ διὰ πασῶν*. Die vorplatonischen Zeugnisse gestatten keinen genaueren Einblick in diese Parallelisierung von Kosmos und Seele, doch läßt sich am Aufbau der Welt und der Seele auf den Intervallen der Oktave nicht zweifeln. Vermutlich ist die Dreiteilung der Seele in *νοῦς*, *θυμός* und *ἐπιθυμία* und Dreiteilung des Kosmos in Olymp, Uranos und G $\theta$  Voraussetzung dafür; vgl. Platon *Staat* 443d und Klaudios Ptol. 95/96 D.



Hier liegt nun ganz offensichtlich das viel primitivere Weltbild vor, das für die Kosmosharmonie nur Erde, Mond und Sonne bzw. den Olympos braucht. K 101 verrät Philodem auch deutlich die Herkunft dieser Kosmosharmonie ...

ἄ [φ]ασιν παρὰ τινῶν Πυθαγ[ορεί]ων διαδ[ε]  
γμ[ε]νο[ι] τ[ι]ν[ε]ς ἀπαρθμοῦσιν<sup>14</sup>.

Hier sollen die Xenokratesfragmente, die offenkundig an diese frühen Spekulationen anknüpfen, nicht zur Stütze herbeigezogen werden. Von diesen Zeugnissen aus gesehen, erweist sich die Platonische Sphärenharmonie als eine Modernisierung, als eine Form, die entstanden ist, weil jetzt Rücksicht zu nehmen war auf inzwischen neu gewonnene Erkenntnisse. Der Sinn der Kosmosharmonie wird allerdings dadurch völlig verändert.

### *Pythmen / Stoicheion*

Zwischen beiden Ausdrücken bestehen sehr merkwürdige Beziehungen. Sie sollen hier, soweit sie mit der ἄρμονία = Oktave zusammenhängen, noch geklärt werden. Der spät wörtlich überlieferte, wohl aber sehr alte Eid der Pythagoreer lautet (Diels 58, 455)

οὐ μὰ τὸν ἀμετέρα κεφαλῆ παραδόντα τετρακτὴν  
παγὰν ἀενάου φύσεως ῥίζωμά τ' ἔχουσαν.

Von Nikomachos von Gerasa werden die vier im Helikon angeordneten Saiten, die also die «Urharmonie», die «Oktave» darstellen, ausdrücklich als die *πρώτη τετρακτὴς* der Pythagoreer angesprochen: Exc. Nic. 7, Mus. script. Jan p. 279 *τετρακτὴς τὴν τῶν συμφωνιῶν πηγὴν ἔχουσα ἀναφανομένην τῶν ς (6), η (8), θ (9), ιβ (12) ὑπάτης τε καὶ μέσης καὶ νήτης καὶ παραμέσης ἔχουσα λόγον καὶ τὸν ἐπόγδοον περιλαμβάνουσαν*<sup>15</sup>. Archytas und Didymos haben nach Porphyrios in Ptol. Harm. I 6, 107 D von ihren pythagoreischen Vorgängern überliefert, sie hätten die *πρῶτοι λόγοι* der symphonischen Intervalle *πυθμῆνες* genannt. Aus dem Referat geht nicht mit Sicherheit hervor, ob nur die Zahlen 1–4 so genannt wurden oder jedes symphonische Verhältnis, das aus ihnen gebildet ist. Jedenfalls werden diese ersten Zahlen nur so genannt, weil sie die symphonischen Verhältnisse bilden<sup>16</sup>. In der handgreiflich pythagoreischen Errechnung der Hochzeitszahl, Staat 546 c, jedenfalls steht der Ausdruck *ἐπίτριτος πυθμῆν* für das Verhältnis 4:3, aber zugleich auch für die Zahlen 4 und 3. Der Zusammenhang bei Platon dürfte die Erklärung liefern: 4 und 3 sind die Kathetenzahlen des idealen rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse die rationale Wurzel 5 ergibt. Geometrisch wurden die Verhältnisse an den

<sup>14</sup> Verf., *Mimesis in der Antike* 155.

<sup>15</sup> P. Boyancé, REA 40 (1938) 305–316. Die Tatsache, daß es in Delphi eine Tradition gab (Plutarch *Quaest. conv.* IX 14), wonach die Musen (oder Sirenen) in der Dreizahl waren und *ὑπάτη*, *Μέση* und *νήτη* hießen, verknüpft Boyancé mit dem Satz aus dem pythagoreischen Katechismus *τί ἐστι τὸ ἐν Δελφοῖς μακτεῖον; τετρακτὴς. ὅπερ ἐστὶν ἡ ἄρμονία ἐν ἣ αἱ Σειρήνες*. Er schließt daraus, daß die Tetraktys «un ensemble de quatre cordes» waren. Wir erkennen jetzt, daß es die vier festen Töne der gegliederten Oktave sind, wie sie am Helikon aufgewiesen worden waren, nicht die Saiten der Leier, wie B. glaubt.

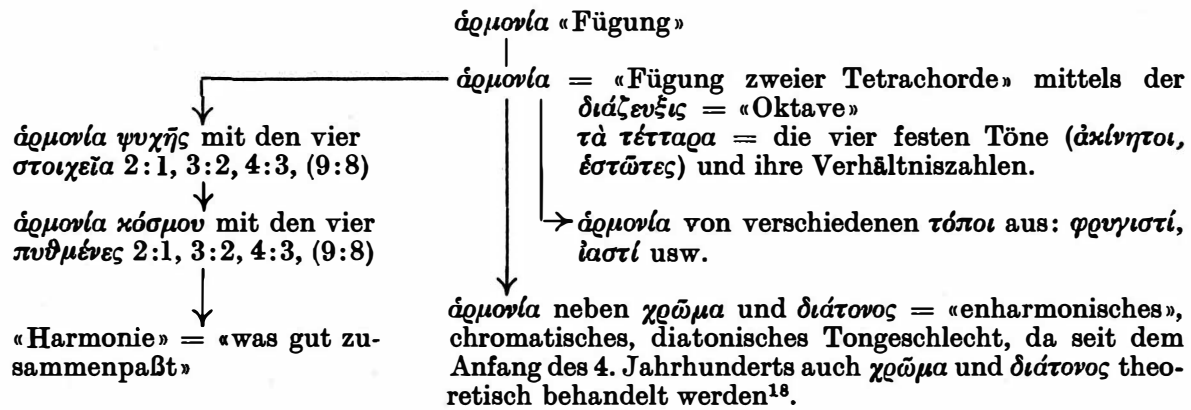
<sup>16</sup> Vgl. auch Eudemos fr. 142 Wehrli.

Seiten rechtwinkliger Dreiecke dargestellt. Als Verhältnisse der «Oktave» sind sie aber *πυθμένες*, «Wurzeln» des Seins und der Welt (daher im Eid auch *δίζωμα*), am Dreieck aber die «Wurzeln» der über ihnen errichteten Quadrate. Der moderne mathematische Ausdruck «Wurzel» hängt also noch unmittelbar mit der Kosmospekulation der frühen Pythagoreer zusammen. *Στοιχεῖα* wurden eben die vier Verhältnisse aber im Hinblick auf alle aus dem Grundrahmen der in zwei Tetrachorde geteilten Oktave hervorgehenden Harmonien genannt; die vier *στοιχεῖα* waren also die «Reihenbildenden». Platon baut die idealen Körper im *Timaios* nach Möglichkeit aus Dreiecksflächen auf, und nur diese Dreiecke sind für ihn *στοιχεῖα*, nicht etwa die daraus resultierenden Körper. Wesentliches *στοιχεῖον* aber ist dasjenige Dreieck, dessen Hypotenuse das Doppelte der kürzeren Kathete ist, also das halbierte gleichseitige Dreieck. Das Vorgehen Platons ist denkbar primitiv und steht in eklatantem Widerspruch zur neuesten Erkenntnis, die ebenfalls im *Timaios* vorausgesetzt wird, zur Konstruierbarkeit der fünf regulären Körper innerhalb der Kugel. Meines Erachtens ist der Schluß nicht abzuweisen, daß Platon hier einem weit archaischeren Verfahren des Aufbaus der Körperwelt aus der Oberflächenvergleiche folgt, einem Verfahren, das tatsächlich einmal ein Stück weit zur Begründung der Mathematik benützt worden war. Es war der Versuch, Arithmetik, Geometrie und Astronomie auf Grund der Proportionen der Musik aufzubauen. *Στοιχεῖα*, «Verhältnisse», hießen daher diese ersten Versuche einer innern Durchdringung der jungen Wissenschaft. Der Titel blieb, füllte sich aber mit einem ganz neuen Gehalt. Bald bedeutete er nur noch Axiomatik der Mathematik allein<sup>17</sup>. Zur Zeit des Hippias von Elis war diese innere Verbindung der Wissenschaftsbereiche erkannt, denn dieser Sophist führt als erster die *τέχναι* Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik in das Erziehungsprogramm ein. Die *ἀναλογίαι* der Musik sind auch noch in der «*Epinomis*» das starke Band, der *συνδεσμός*, der Arithmetik, Geometrie, Stereometrie, Astronomie und Musik zusammenhält.

Am Anfang der «Harmonie» in der Musik steht also nicht eine verschwommene Vorstellung von irgend etwas Wohlgefügem, sondern eine präzise formulierbare Situation: die «Zusammenfügung» zweier Tetrachorde zur Oktave als Quelle aller Harmonien = Oktavenarten. Erst im Gefolge der *ἁρμονία ψυχῆς* und der Umdeutung der vier Grundverhältnisse in die vier *Stoicheia* des Empedokles, sowie der

<sup>17</sup> Daher kommt es, daß man nur auf zwei Wissensgebieten *Στοιχεῖα* als Werkstitel kennt, in der Akustik und in der Mathematik. *Στοιχειωτής* ist Euklid als Akustiker und Geometer: Porphyrios *H. Ptol.* 92, 29f. *καὶ αὐτὸς ὁ Στοιχειωτῆς Εὐκλείδης ἐν τῇ τοῦ Κανόνος κατατομῇ...* Aus Porphyrios 94, 24ff. geht hervor, daß Eukleides als Verfasser der musikalischen Schriften so genannt wurde: *Ἀρχύτα τε καὶ Διονυσίω καὶ αὐτῶ τῷ Στοιχειωτῇ καὶ ἄλλοις πολλοῖς κανονικοῖς*, ebenso Proclus *Comm. in Eucl.* 68, 23ff. *τοιαῦται δὲ καὶ αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις*, vgl. Porphyrios 22, 20 *ἐν τῇ Πυθαγορικῇ τῆς μουσικῆς στοιχειώσει* (vgl. das in meinem Aufsatz *Stoicheion* 171 zum Ausdruck *κανόνι στοιχεῖν* Gesagte). In den Scholien zu Eukl. *Elementen*, Buch V Heiberg V 280 wird ausdrücklich gesagt, die Analogie sei das die Geometrie, Arithmetik, Musik und überhaupt die ganze Mathematik verknüpfende Band, und noch Eratosthenes glaubte, die Analogie sei das einigende Band aller mathematischen Gebiete: Proclus *In Elem.* I *Prolog.* 43, 22.

Veränderung der ursprünglich sehr einfachen kosmischen Harmonie in die Harmonie der Sphären, verliert *ἁρμονία* ihre charakteristische Bedeutung und wird schließlich ganz einfach zu etwas, was «gut zusammenpaßt». Die Bedeutungsentwicklung von *ἁρμονία* stellt sich nach dem Gesagten folgendermaßen dar:



<sup>18</sup> Handschin in dem Anm. 3 zitierten Werk: «Es scheint nämlich, daß die Oktavgattungen theoretisch erst im enharmonischen Geschlecht aufgestellt wurden.» Daher der Name «enharmonisch». B. Meyer, *ἁρμονία* (Diss. Freiburg 1932) diskutiert die Fülle der Bedeutungen von *ἁρμονία*, ohne sie semasiologisch zu gruppieren.